

解析学 IA 演習 NO.11

問題 11.1. (各 1) 問題 10.2 の (1),(2) の各積分を適当な線形変換をもちいて簡単にしてから求めなさい。

問題 11.2. (各 1) 問題 10.3 の (1)-(4) の各積分を極座標に座標変換して計算しなさい。

問題 11.3. 半径 $r(> 0)$ の (3次元) 球体

$$V : x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2$$

の体積を V の $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ の部分を 8 倍することにより求めよ。

問題 11.4.

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x + 2y)^2 + 4y^2 \leq 10^2\}$$

とおくとき、

- (1) D の概形を描け。
- (2) D の面積を求めよ。

問題 11.5. $f(x, y) = 25x^2 + 10xy + 170y^2$ とおく。このとき、

- (1) $f(x, y) = 10^2$ をみたす (x, y) のなかで、原点からもっとも遠い点と、もっとも近い点を求めよ。
- (2) $D = \{(x, y); f(x, y) \leq 10^2\}$ の概形を描け。
- (3) D の面積を求めよ。

問題 11.6. 半径 $r(> 0)$ の (3次元) 球体

$$V : x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2$$

の体積を極座標

$$x = r \sin(\theta) \cos(\varphi)$$

$$y = r \sin(\theta) \sin(\varphi)$$

$$z = r \cos(\theta)$$

に変換することにより求めなさい。