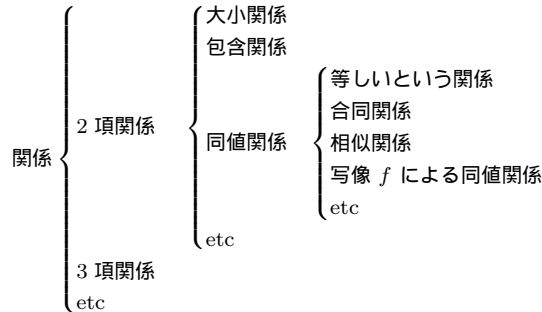


第 15 回目の主題：復習と補足。

同値関係  
「関係」

定義 15.1. 集合  $S$  上の二項関係とは、 $S \times S$  の部分集合  $\mathcal{R}$  のことである。 $x, y \in S$  にたいして、 $(x, y) \in \mathcal{R}$  のとき  $x \underset{\mathcal{R}}{\sim} y$  と書いたりする。



クラス分け (分類) をするのに用いられる関係:同値関係

\* クラス分けがうまくできるためには守らなければならないルールがある。

それが、推移律、反射律、対称律。

問題を 2 つに分ける

- (1)  $\sim$  は 同値関係か?
- (2)  $\sim$  によるクラス分けを行え。

同値関係による等化写像。

集合  $X$  に同値関係  $\sim$  が定まると、「等化写像」(「自然な射影」)

$$X \rightarrow X / \sim$$

が、各  $x \in X$  に対して  $x$  のクラスを対応させることで定まる。

部分集合全体の集合。  $X$  の部分集合  $S$  は、 $X$  上の  $\{0, 1\}$  のみに値をとる関数

$$\chi_S(x) = \begin{cases} 1 & x \in X \text{ のとき} \\ 0 & x \notin X \text{ のとき} \end{cases}$$

と一対一に対応する。

ところで:

定義 15.2.  $X$  から  $Y$  への写像の全体のなす集合を  $Y^X$  と書き表す。

この定義に従うと、 $X$  の部分集合の全体は  $\{0, 1\}^X$  の元と一対一に対応するということになる。そこで:

定義 15.3.  $X$  の部分集合の全体のなす集合を  $2^X$  と書き表す。

定理 15.4.  $X$  から  $2^X$  への全射は存在しない。

とくに、例えば  $\mathbb{Z}$  の部分集合の全部を書きたいとき、 $S_1, S_2, \dots$ , と添え字をつけていたのでは、添字が足りなくなる。そこで添字集合が必要にな。