

## 微分積分学基礎 NO.14 要約

今日のテーマ:積分記号下の極限, 微分

次の定理はルベグ積分で語られるべきだが、ここで結果だけ引用する。ルベグ積分を本格的に学ぶ時間がない場合には、覚えておいても良いと思う。

**定理 14.1** (優収束定理).  $I = [a, b]$  上の関数  $\{f_n\}$  と  $f$  があって、 $f_n(x) \rightarrow f(x)$  (各点収束) であるとする。いま、 $I$  上の正值関数  $g$  が

$$\int g < \infty$$

を満たして、 $I$  の各点で  $|f_n(x)| \leq g(x)$  であったとするならば、

$$\int_I f_n \rightarrow \int_I f.$$

この定理自体は、 $I$  が無限区間でも成り立つ。

優関数の存在が大事であって、それなしではうまく行かない。