理工系線形代数学 NO.1 要約

$\boxed{\text{今日のテーマ}}$ 行列とはなにか。

定義 1.1. m, n を正の整数とする。$m \times n$ 個の実数を

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & \dots & \dots & \\ & \dots & \dots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = \left[a_{ij}\right]_{ij}$$

と並べたものを m, n-行列という。

行と列を混乱しないように覚えるには、数学のノートを思い出せば良い。1 行目、2 行目、3 行目 etc. が第 1 行、第 2 行、第 3 行 etc である。

定義 1.2 (行列の和)**.** 2 つの m, n 行列に対して、その和を、成分同士の和を成分とするように定義する。つまり、 $A = [a_{ij}]_{ij}, B = [b_{ij}]_{ij}$ にたいして、$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{ij}$.

和は行列がおなじサイズのときのみ定義される。

定義 1.3 (行列のスカラー倍)**.** m, n 行列 A と、実数 c に対して、A の c 倍 cA を各成分の c 倍を成分とするように定義する。つまり、$A = [a_{ij}]_{ij}$ にたいして、$cA = [ca_{ij}]_{ij}$.

定義 1.4. $A = [a_{ij}], B = [b_{kl}]$ のときその積 AB は

$$\left[\sum_j a_{ij} b_{jk}\right]_{ik}$$

により与えられる。

サイズが合わないと積は定義されない。A が m, n-行列, B が k, l-行列のとき、積 AB は $n = k$ の場合のみ定義される。

※問題

問題 1.1. a, b, c, p, q, r は実数とする。このとき

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & p & 1 \\ 0 & 1 & q & 2 \\ 0 & 0 & r & 3 \end{bmatrix}$$

を計算せよ。