# 理工系線形代数学 NO.3 要約

今日のテーマ:連立方程式の解法と行基本操作

連立一次方程式は行列算で表現できる。例えば、

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+4y=16 \end{cases}$$

は

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 16 \end{bmatrix}$$

と表現できる。さらに、$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbb{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $\mathbb{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 16 \end{bmatrix}$ とおけば、これは更に簡潔に $A\mathbb{x} = \mathbb{b}$ と表記できる。

更に次のような方程式を考えてみよう。

(あ)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 16 \\ 23 \end{bmatrix}$$

(い)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 16 \\ 20 \end{bmatrix}$$

(う)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

(え)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(お)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 16 \end{bmatrix}$$

これらの連立方程式は「加減法」によって解けるのであった。行列でも同じことを行うことができる。行列の**行基本操作** とは、

(1) ２つの行を入れ替える。
(2) 特定のひとつの行に、別の行の定数倍を加える。
(3) 特定の一つの行を定数倍する。

という操作のことを言う。

行列は行基本操作を何度も行うことにより、簡単な行列に変形することができる。このことは、方程式を解くときはもちろん、それ以外の目的でも大変重要である。