

微分積分学概論やってみよう問題 NO.12

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

**問題 12.1.**  $f$  が閉区間  $[a, b]$  上の狭義単調増加な連続関数であれば、 $f : [a, b] \rightarrow [f(a), f(b)]$  の逆関数が存在することを示そう。

次の各問に答えなさい。

- (1) 任意の  $c \in [f(a), f(b)]$  に対して、 $f(x_c) = c$  を満たす  $x_c \in [a, b]$  が一意に存在することを示せ。
- (2)  $c \in [f(a), f(b)]$  のそれぞれに対して、前問で得た  $x_c$  を対応させる写像  $g : c \mapsto x_c$  は単調増加であることを示せ。
- (3) 前問の  $g$  は連続であることを示しなさい。
- (4) ([補足])  $f(x) = x^3$  は  $[0, \infty)$  で単調増加であることを証明せよ。
- (5) ([補足])  $f(x) = x^2$  は  $(-\infty, \infty)$  で単調増加ではないことを証明せよ。

問題 12.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。