

体論: 中間試験的なレポート問題

- 言うまでもないことだが、数値的な答だけでは十分ではない。論理的な説明がもっと大事である。
- とくに、「...は既約である。」と書く場合には、理由を添えると加点される。(本題に関係のないことを書いている場合を除く。)
- maxima などの数式処理ソフトを用いてもよいが、肝心なところは自分でチェックや証明をすること。(必須ではないがもし使った場合には使用ソフトを挙げてください。)

問題 20.1. 次の各問いに答えなさい。

(1)

$$X^4 + X^2 - 4X - 3$$

は \mathbb{Q} 上既約でないことを示しなさい。

(2) \mathbb{Q} 上の多項式

$$X^4 - X^3 - 2X^2 + X - 2$$

の根の一つを α とする。 $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}]$ を求めよ。(いくつかの可能性はあるが、可能な状況をすべて挙げてそれぞれの答えを記述すること。)