

線形代数学 II 中間試験的なレポート問題

出席番号、名前： _____

- 答えは論理的に、貴方の考えが伝わるように書くこと。数値的な答えだけではほとんど点はありません。
- 本稿は現在暫定版です。間違いがある場合などに予告なしに変更される可能性があります。

問題 241.1. 不定元(変数) x に関する 3 次以下の実係数の多項式の全体を V とおく。つまり

$$V = \{c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3; c_0, c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}\}.$$

この V に

$$(f \bullet g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx \quad (f, g \in V)$$

で内積 (\bullet) を定める。

- (1) $\{1, x, x^2, x^3\}$ から始めてシュミットの直交化法を用いて V の正規直交系を作りなさい。
- (2) V から V への線形写像 H を

$$H(f) = \frac{d}{dx} \left((x^2 - x) \frac{d}{dx}(f) \right)$$

で定義する。このとき、 H はつぎの性質を満たすことを示しなさい。

$$(H(f) \bullet g) = (f \bullet H(g)) \quad (\forall f, g \in V)$$