

体論: 中間試験的なレポート問題

- 言うまでもないことだが、数値的な答だけでは十分ではない。論理的な説明がもっと大事である。
- とくに、「...は既約である。」と書く場合には、理由を添えると加点される。(本題に関係のないことを書いている場合を除く。)
- maxima などの数式処理ソフトを用いてもよいが、肝心なところは自分でチェックや証明をすること。(必須ではないがもし使った場合には使用ソフトを挙げてください。)

問題 24.1. 次の間に答えよ。

- (1) $X^2 - 6$ は \mathbb{Q} 上既約であることを証明せよ。
- (2) $\mathbb{Q}[\sqrt{6}] \cong \mathbb{Q}[X]/(X^2 - 6)$ であることを環論を用いて証明せよ。
- (3) $\mathbb{Q}(\sqrt{6}) = \mathbb{Q}[\sqrt{6}]$ であることを証明せよ。
- (4) $X^2 - 7$ は体 $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$ 上既約であることを証明せよ。