

## 体論 やってみよう問題 NO.04

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

**問題 4.1.** 体  $K$  とその拡大体  $L$  が与えられていて、 $\alpha \in L$  は  $K$  上代数的であるとする。このとき、

$\alpha$  の最小多項式は既約であることを示しなさい。

$K[X]/(f(X)) \cong K[\alpha]$  であることを示しなさい。

$K[X]/(f(X))$  は体であることを示しなさい。

**問題 4.2.** 次の各問に答えよ。

(1) 数式処理ソフト maxima に  $\text{gcdex}(X^4+2X^3+3X^2+4X+5, X^3+2X^2+4X+3, [X]);$

を入力すると  $[\frac{2X^2+X+9}{30}, -(\frac{2X^3+X^2+7X+5}{30}), 1]$  と返ってくる。これは (入力した2つの多項式の gcd が 1 であって、)

$$(X^4+2X^3+3X^2+4X+5) \cdot \frac{2X^2+X+9}{30} - \left( \frac{2X^3+X^2+7X+5}{30} \right) \cdot (X^3+2X^2+4X+3) = 1$$

という意味である。 $\mathbb{Q}[X]/(X^4+2X^3+3X^2+4X+5)$  の元  $(X^3+2X^2+4X+3)$  (のクラス) の逆元を求めなさい。

(2) 同様に  $\text{gcdex}(113,359);$  を入力すると  $[-54,17,1]$  を得る。 $\mathbb{Z}/355\mathbb{Z}$  の元 113 の逆数を求めよ。

**問題 4.0.1.** 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。